

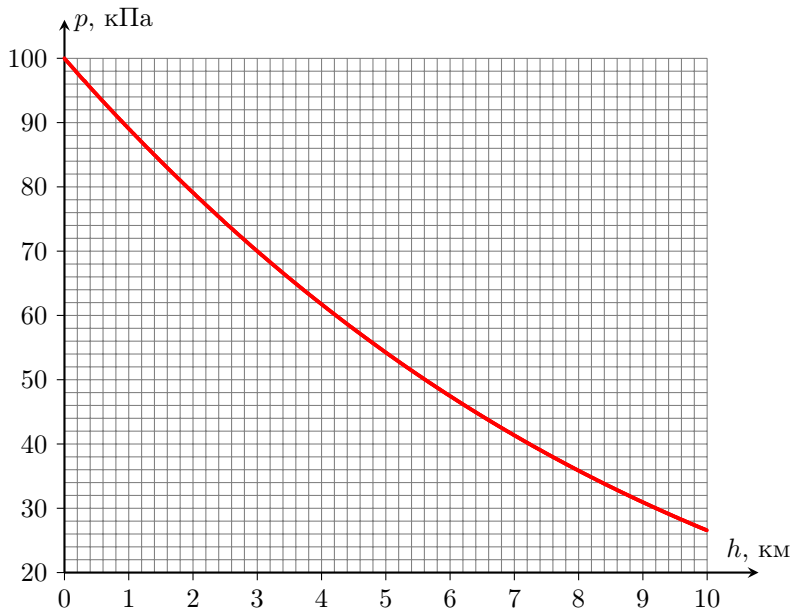
10 класс Теоретический тур

Задача №1. Зонд

Экспериментатор Глюк сконструировал атмосферный зонд, состоящий из шара объёмом $V = 20 \text{ м}^3$, заполненного гелием при давлении $p_0 = 100 \text{ кПа}$ и температуре $T_0 = 300 \text{ К}$, и подвешенного к нему набора метеорологических датчиков.

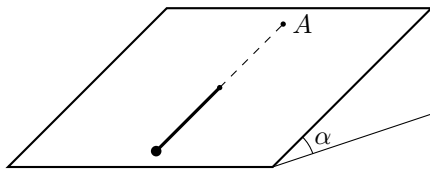
1. При какой максимальной массе датчиков зонд сможет подняться на высоту 4 км?
2. На какую максимальную высоту сможет подняться такой шар без датчиков?

График зависимости давления воздуха от высоты над поверхностью земли представлен на рисунке. Считайте, что температура воздуха линейно уменьшается с высотой от 300 К (у поверхности Земли) до 220 К (на высоте 10 км). Оболочка шара является тонкой, нерастяжимой и непроницаемой для газов. Температуру газа внутри шара считать равной температуре окружающего воздуха. Объёмом датчиков при расчётах можно пренебречь. Масса оболочки шара равна $m_0 = 8 \text{ кг}$, молярная масса гелия $M_{\text{Г}} = 4 \text{ г/моль}$, молярная масса воздуха $M_{\text{В}} = 29 \text{ г/моль}$, универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \text{ Дж/(К} \cdot \text{моль)}$.



Задача №2. Наклонная плоскость

Жесткий невесомый стержень длины L лежит на шероховатой наклонной плоскости, образующей угол α с горизонтом. Один конец стержня шарнирно прикреплен к плоскости, а ко второму концу присоединен небольшой массивный груз. Изначально стержень расположен так, что груз находится в самой нижней точке.



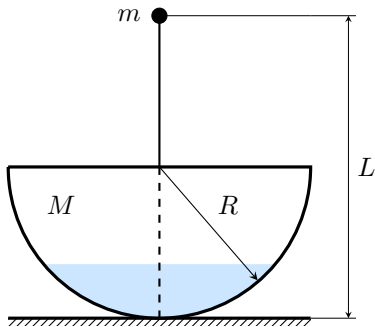
1. Какую минимальную скорость v_1 , направленную перпендикулярно стержню и вдоль плоскости, необходимо сообщить грузу, чтобы он, двигаясь вместе со стержнем, смог оказаться в точке, диаметрально противоположной начальной (в точке A)?

2. Какую минимальную скорость v_2 , направленную перпендикулярно стержню и вдоль плоскости, необходимо сообщить грузу, чтобы он смог вернуться в исходную точку после одного полного оборота стержня?

Коэффициент трения между телом и наклонной плоскостью равен $\mu = \frac{\text{tg } \alpha}{2}$, трение между стержнем и плоскостью и трение в шарнире отсутствуют.

Задача №3. Волчок

Волчок представляет собой тонкостенную однородную полусферу, к поверхности которой прикреплен тонкий невесомый стержень с закрепленным на его конце точечным телом. Стержень проходит через центр полусферы. Масса полусферы M , ее радиус R . Длина стержня $L = 2R$, масса точечного тела m . Волчок расположен на шероховатой горизонтальной поверхности.



Внутри волчка налита вода плотностью ρ . Объем воды меньше объема полусферы. Трение воды о стенки полусферы можно пренебречь.

1. Докажите, что центр масс тонкостенной однородной полусферы расположен на расстоянии $R/2$ от ее центра.

При ответах на дальнейшие вопросы можете использовать факт из п. 1, даже если не смогли это доказать.

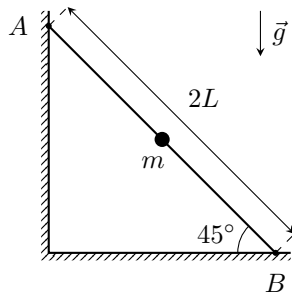
2. Волчок отклоняют так, что его стержень составляет малый угол α с вертикалью, и отпускают. Нарисуйте все силы, действующие на волчок (вода не считается частью волчка) сразу после того, как его отпустили.

3. Для случая $M = 6m$ определите при каких значениях объема воды в волчке его равновесие будет устойчивым.

4. Пусть объем воды внутри волчка равен половине объема полусферы. Определите при каких значениях M/m равновесие волчка будет устойчивым.

Задача №4. Бусинка на стержне

Твердый невесомый стержень длиной $2L$ опирается концом A на гладкую вертикальную стенку, а концом B на горизонтальную шероховатую поверхность. Коэффициент трения между стержнем и горизонтальной поверхностью — μ . По стержню может без трения скользить маленькая бусинка массой m . Тела удерживают так, что стержень расположен под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту, а бусинка находится посередине стержня. Тела отпускают, и через некоторое время стержень приходит в движение, при этом бусинка к этому моменту времени не успевает удариться о горизонтальную поверхность.

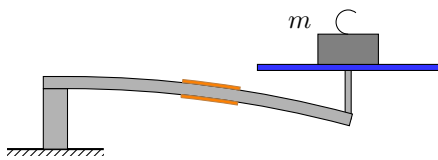


1. Найдите скорость бусинки в момент времени, когда стержень начнет двигаться, и все значения коэффициента трения μ , при которых возможна описанная в условии ситуация.

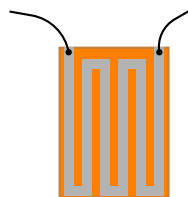
2. Найдите силу взаимодействия стержня с вертикальной стенкой в этот момент времени.

Задача №5. Весы

В этой задаче вам предлагается изучить работу электронных весов. Принцип их работы, как и у пружинных весов, основан на измерении деформации тела под механической нагрузкой. Деформируемым телом является балка прямоугольного сечения, прикрепленная одним концом к корпусу весов, а другим к платформе, на которую устанавливается измеряемый груз. Толщина балки d . Под нагрузкой балка изгибается. Измерение деформации производится с помощью двух одинаковых тензорезисторов №1 и №2, жестко приклеенных на верхнюю и нижнюю части балки соответственно. То есть при деформации балки длина резистора изменяется также, как длина участка поверхности, на который он приклеен.



Тензорезистор представляет змейку из проводящей фольги, наклеенную на поверхность балки. При деформации балки фольга растягивается или сжимается, за счет чего ее сопротивление соответственно увеличивается или уменьшается. Зависимость сопротивления тензорезистора от относительного

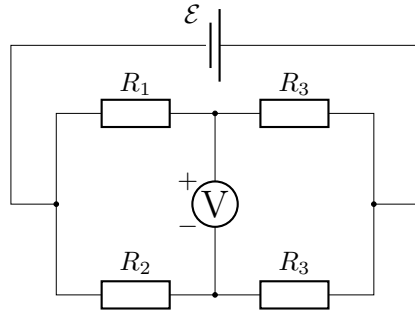


удлинения(сжатия) ε поверхности, на которую он приклеен, задается выражением:

$$R_{1,2} = R_0(1 + k\varepsilon),$$

где R_0 — сопротивление при отсутствии деформации, k — тензометрический коэффициент. Величина k лежит в пределах от 1 до 2.

Тензорезисторы включены в электрическую цепь с двумя обычными резисторами R_3 , источником постоянного напряжения и вольтметром. Сопротивления резисторов R_3 равны R_0 (сопротивлению тензорезистора при отсутствии деформации).



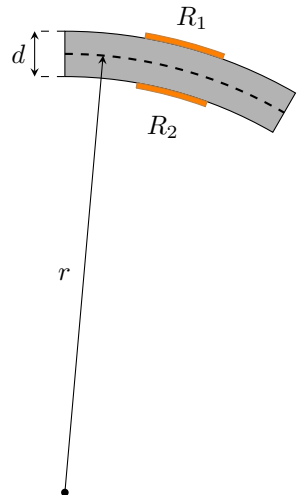
Когда на платформу весов ставят груз, балка изгибается, при этом верхняя часть балки растягивается, а нижняя сжимается. Некоторая линия внутри балки остается недеформируемой (в дальнейшем недеформируемая линия), то есть ее длина при изгибе балки остается неизменной. Участок балки, к которому приклеены тензорезисторы, можно представить в виде дуги окружности. Радиус кривизны недеформируемой линии в месте крепления тензорезисторов обратно пропорционален массе груза m , поставленного на платформу весов:

$$r = \frac{\alpha}{m},$$

где α — некоторый известный коэффициент. При этом значение радиуса кривизны много больше толщины балки, и изменением толщины балки можно пренебречь.

Массу платформы и балки в рассматриваемой модели учитывать не будем. Вольтметр будем считать идеальным.

Предположим, что недеформируемая линия проходит через середину балки.



1. Выразите величину относительной деформации ε_1 тензорезистора №1 через величины r и d .

2. Выразите величину относительной деформации ε_2 тензорезистора №2 через величины r и d .

Зависимость величины показаний вольтметра от массы поставленного на платформу груза с учетом малости деформации балки может быть представлена в виде:

$$U = \gamma m^n,$$

где n — целое число, γ — коэффициент пропорциональности.

3. Определите n и γ .

4. Теперь предположим, что недеформируемая линия проходит на расстоянии $x = d/4$ от верхней поверхности балки. Рассчитайте в этом случае показания вольтметра при установке на платформу груза массой m .

5. Весы перенесли в более теплое помещение, из-за этого они нагрелись. В процессе нагрева весов балка изменила свою длину, ее относительная деформация составила ε_3 (порядка величин $\varepsilon_1, \varepsilon_2$). Изменением толщины и ширины балки можно пренебречь. Рассчитайте в этом случае показания вольтметра при установке на платформу груза массой m . (Недеформируемая линия проходит посередине балки)

При решении задачи считайте известными величины:

- \mathcal{E} — напряжение источника питания;
- k — тензометрический коэффициент резисторов №1 и №2;
- m — масса груза, установленного на весы;
- α — коэффициент пропорциональности между радиусом кривизны балки в месте крепления резисторов и массой груза в минус первой степени;
- d — толщина деформируемой балки;
- ε_3 — относительное удлинения балки при ее нагреве.

Величину сопротивления резисторов R_0 считайте НЕизвестной.